

Übungen zur Vorlesung Numerik I

(Blatt 5)

Sommersemester 2004

**Abgabe der Aufgaben 1,2 und 3 bis 25.05.04, 18.00 Uhr
im Postfach 84 Ebene 6**

**Aufgabe 4 bis 25.05.04, 18.00 Uhr und
Aufgabe 5 bis 01.06.04, 18.00 Uhr
per E-Mail an "lasch@math.uni-bremen.de"**

Aufgabe 1:

(4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Matrix A positiv definit ist. Bestimmen Sie von Hand die Cholesky-Zerlegung von A und lösen Sie $Ax = b$:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 10 \\ 6 & 13 & 13 \\ 10 & 13 & 27 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 6 \\ 19 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2:

(2 Punkte)

Existiert für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4.23 & -2.04 & 0.87 & 1.25 \\ 3.06 & -5.32 & -1.20 & 0.87 \\ 0.34 & 2.30 & 4.42 & -1.52 \\ -1.54 & 0.24 & 2.53 & -4.52 \end{pmatrix}$$

eine LR-Zerlegung? Entscheiden Sie ohne die Determinante der Matrix zu bestimmen. Ist eine Spaltenpivotsuche nötig, falls eine LR-Zerlegung existiert?

Aufgabe 3:

(4 Punkte)

Für die hermitesch positiv definite Matrix $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ bezeichne k_j den Index des ersten Nichtnullelements in der j -ten Zeile, d.h.

$$a_{jk} = 0 \text{ für } k < k_j \text{ und } a_{j,k_j} \neq 0 \text{ (} j = 1, \dots, n \text{)}.$$

Zeigen Sie, dass für den Cholesky-Faktor $L = (l_{jk})$, $A = LL^T$, ebenfalls

$$l_{jk} = 0 \text{ für } k < j \text{ (} j = 1, \dots, n \text{)}$$

gilt.

Aufgabe 4: (3 Programmierpunkte)

Schreiben Sie ein Programm welches die Cholesky-Zerlegung einer gegebenen hermiteschen Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ berechnet. Testen Sie Ihr Programm an der Matrix $A(i, j) = 1/(i + j - 1)$, $i, j = 1, \dots, n$.

Aufgabe 5: (4 Programmierpunkte)

Schreiben Sie ein Programm zur Lösung eines linearen Gleichungssystems $Ax = b$. Zerlegen Sie dazu die Matrix A mittels einer LR-Zerlegung mit Spaltenpivotsuche und lösen Sie das System mittels Vorwärts- und Rückwärtseinsetzen. Achten Sie dabei auf eine effiziente Speicherung der Matrizen L und R .

Testen Sie Ihr Programm an der Matrix $A(i, j) = 1/(i + j - 1)$, $i, j = 1, \dots, n$ und dem Vektor $b(i) = i$, $i = 1, \dots, n$ und $n = 8$.